

Sprachverarbeitung: Übung 14

Formale Sprachen und Grammatiken

Für diese Übung braucht es ausnahmsweise keinen Computer; sie kann mit Papier und Bleistift gelöst werden.

Aufgabe 1: Chomsky-Sprachtypen

Gegeben sind die folgenden formalen Sprachen über dem Alphabet $V_T = \{a, b, c\}$:

- a) Typ-3-Sprache: $L_a = \{w \in V_T^* \mid w \text{ enthält mindestens fünf } a\text{'s}\}$
- b) Typ-2-Sprache: $L_b = \{w \in V_T^* \mid w \text{ enthält mehr } a\text{'s als } b\text{'s, aber keine } c\text{'s}\}$
- c) Typ-1-Sprache: $L_c = \{w \in V_T^* \mid w \text{ hat doppelt so viele } a\text{'s wie } c\text{'s, mehr } a\text{'s als } b\text{'s und mehr } b\text{'s als } c\text{'s}\}$

Zeigen Sie, dass diese Sprachen wirklich zur jeweils angegebenen Klasse gehören, indem Sie je eine Grammatik des entsprechenden Typs schreiben.

Aufgabe 2: Ableitungsbaum mathematischer Ausdrücke

Mathematische Ausdrücke können als Wörter einer formalen Sprache betrachtet werden, die wie jede formale Sprache durch eine Grammatik beschreibbar ist. Ein Beispiel für eine Typ-2-Grammatik für einfache mathematische Ausdrücke, die nur die Operationen $+$ und $*$ enthalten dürfen, ist $G_M = (V_N, V_T, P, S)$, mit

$$\begin{aligned} V_N &= \{Exp, Term, Fak, Ident\} \\ V_T &= V_M \cup V_I = \{+, *, (,)\} \cup \{a, b, c\} \\ P &= \{ \begin{array}{l} Exp \rightarrow Term \mid Term + Exp \\ Term \rightarrow Fak \mid Fak * Term \\ Fak \rightarrow Ident \mid (Exp) \\ Ident \rightarrow a \mid b \mid c \end{array} \} \\ S &= Exp. \end{aligned}$$

Ermitteln Sie für die folgenden mathematischen Ausdrücke je den Ableitungsbaum:

- a) $(a + b) * a$
- b) $a + b * a$

Was sagt der Ableitungsbaum über die Präzedenz (Rangfolge der Operationen) aus?

Aufgabe 3: Grammatik für mathematische Ausdrücke

Nebst Ausdrücken wie

$$(a + b) * c + a * b \quad \text{und} \quad a * b * (a + c)$$

lassen sich mit der Grammatik von Aufgabe 2 auch solche mit überflüssigen Klammern erzeugen, beispielsweise

$$(a + b) * c + (a) * b \quad \text{und} \quad (a * b) * (a + c).$$

Schreiben Sie eine Grammatik G'_M so, dass die Sprache $L(G'_M)$ keine Ausdrücke mit überflüssigen Klammern einschliesst.

Hinweis: Überlegen Sie zuerst, wann in mathematischen Ausdrücken mit den Operationen $+$ und $*$ der Präzedenz wegen überhaupt Klammern nötig sind. Es gibt nur einen einzigen Fall!