

Sprachverarbeitung: Übung 3

Diskrete Fouriertransformation

In dieser Übung geht es darum, sich mit den Eigenschaften und der Anwendung der diskreten Fouriertransformation (DFT) vertraut zu machen. Die letzte Aufgabe befasst sich sodann mit dem Spektrogramm, das ebenfalls auf der DFT basiert.

Achtung: Schreiben Sie die Lösung jeder Aufgabe als separates Matlab-Skript, damit sie jederzeit reproduziert werden kann. Um nach jeder Teilaufgabe das Resultat anschauen zu können, wird der Befehl `pause` eingefügt, so dass das Programm erst nach dem Drücken einer Taste weiterläuft.

Aufgabe 1: Pulse

Berechnen Sie von den folgenden Zeitreihen $x(n)$ die DFT $X(k)$. Verwenden Sie dazu die Matlab-Funktion `X = fft(x)`, welche aus der komplexen Zeitreihe `x` die komplexe Frequenzreihe `X` gleicher Länge berechnet, also die DFT nach Formel (7) im Buch auf Seite 60 ermittelt. Die Resultate können Sie mit der Funktion `showdft(x,X,howx,howX)` graphisch darstellen, wobei die komplexen Vektoren `x` und `X` je als zwei Subplots gezeichnet werden, nämlich als Real- und Imaginärteil, falls `howx` bzw. `howX` gleich `'ri'` oder als Betrag und Phase, falls `howx` bzw. `howX` gleich `'ap'` gesetzt ist.

- a) Diracpuls: Der Matlab-Vektor `x1 = [1 0 0 0 0 0 0 0]` entspricht der folgenden Definition des Diracpulses:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases}$$

Berechnen Sie die 8-Punkt-DFT dieses Signals und stellen Sie das Resultat graphisch dar. Wie sieht die N-Punkt-DFT von $\delta(n)$ für beliebige N aus?

- b) Lauter Einsen: Verwenden Sie nun den Vektor `x2 = [1 1 1 1 1 1 1 1]` und vergleichen Sie das Resultat mit der vorherigen Teilaufgabe.
- c) Zeitlich verschobener Diracpuls: Stellen Sie den Betrag und die Phase der DFT des Vektors `x3 = [0 0 0 1 0 0 0 0]` dar. Bei welcher Verschiebung wird die DFT rein reell?
- d) Dreipunkt-Rechteck: Stellen Sie die DFT von `x4 = [1 1 1 0 0 0 0 0]` dar.
- e) Symmetrisches Rechteck: Zeigen Sie, dass die DFT von `x5 = [1 1 0 0 0 0 0 1]` rein reell ist. Vergleichen Sie die Beträge und die Phasen der DFT von `x4` und `x5`.
- f) Vierpunkt-Rechteck: Welche Besonderheit stellen Sie bei der DFT des Vierpunkt-Rechtecks `x6 = [1 1 1 1 0 0 0 0]` fest?

Aufgabe 2: Cosinusschwingung

Eine reellwertige Cosinusschwingung wird mit drei Parametern spezifiziert gemäss der Formel

$$s(n) = A \cos(2\pi n f + \varphi) \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

wobei A die Amplitude, f die normierte Frequenz und φ die relative Phase an der Stelle $n = 0$ sind. N ist die Länge des Signals (Anzahl Abtastwerte).

- Berechnen Sie eine 21 Abtastwerte lange Periode einer Cosinusschwingung mit $A = 1$ und $\varphi = 0$. Achten Sie darauf, dass Sie genau eine Periode erzeugen (erster Abtastwert nicht wiederholen). Ermitteln Sie daraus die DFT und stellen Sie das Resultat mit der Funktion `showdft` dar.
- Wiederholen Sie die Teilaufgabe 2a) mit einer Sinusschwingung und einer Cosinusschwingung mit $\varphi = 45^\circ$ Phasenverschiebung und vergleichen Sie deren DFT.
- Verwenden Sie nun einen Signalabschnitt mit drei Perioden einer Sinusschwingung (immer noch 21-Punkt-DFT). Welches ist die normierte Frequenz dieser Sinusschwingung?
- Verwenden Sie einen 21-Punkt-Signalabschnitt, der 3,1 Perioden einer Sinusschwingung enthält. Wieso ist deren DFT so verschieden?
- Experimentieren Sie mit Sinusschwingungen mit verschiedenen Frequenzen. Vergewissern Sie sich, dass bei der (normierten) Frequenz $f = k/N$, mit ganzzahligem k , die N -Punkt-DFT nur zwei Werte aufweist, die nicht 0 sind.

Aufgabe 3: Spektrogramm

In dieser Aufgabe wird von verschiedenen Signalen das Spektrogramm ermittelt, wozu die Matlab-Funktion `spectrogram` dient. Als Parameter werden der Funktion das Signal, die DFT-Länge¹, die Abtastfrequenz, die Fensterfunktion und die Überlappung aufeinanderfolgender Fenster angegeben. Um den Einfluss der verschiedenen Parameter kennenzulernen, lösen Sie folgende Teilaufgaben:

- Generieren Sie mit der Funktion `linsweep` vier Sinussignale mit einer Abtastfrequenz von 8 kHz, einer Amplitude von 0.2 und einer Länge von 2 sec. Die Anfangs- und Endfrequenzen, f_0 und f_1 dieser Signale sollen sein:

$$\begin{array}{lll} s1 : & f_0 = 100 \text{ Hz} & f_1 = 3700 \text{ Hz} \\ s2 : & f_0 = 100 \text{ Hz} & f_1 = 3300 \text{ Hz} \\ s3 : & f_0 = 1800 \text{ Hz} & f_1 = 100 \text{ Hz} \\ s4 : & f_0 = 2000 \text{ Hz} & f_1 = 100 \text{ Hz} \end{array}$$

Addieren Sie sodann die vier Signale $s = s1 + s2 + s3 + s4$ und berechnen Sie vom Summensignal s das Spektrogramm. Verwenden Sie dafür die Befehlsfolge (ist auch in der Datei `ueb3_3_part.m` zu finden):

¹Falls die DFT-Länge grösser ist als die Länge der Fensterfunktion, dann wird der mit der Fensterfunktion multiplizierte Signalabschnitt mit Nullen auf die DFT-Länge ergänzt (engl. *zero padding*). Dadurch wird die Frequenzauflösung der DFT erhöht (vergl. Buch Kapitel 4.2.4).

```
[B F T] = spectrogram(s,hamming(winlen),overlap,nfft,fs);
ax = [min max];
imagesc(T,F,20*log10(abs(B)),ax);
axis xy;
colormap(jet);
colorbar;
```

Wählen Sie für das Hamming-Fenster verschiedene Längen im Bereich $100 < L_W < 400$ Abtastwerte. Für die Fensterverschiebung sind $L_S = 80$ Abtastwerte zweckmässig. Die Überlappung ergibt sich aus $L_U = L_W - L_S$. Wie beeinflussen die Fensterlänge, die Fensterverschiebung und die DFT-Länge die Auflösung des Spektrogramms in der Zeit- und in der Frequenzrichtung?

Für die Darstellung können Sie mit `ax` die Farbgebung einstellen, also welcher dB-Bereich der Farbskala entsprechen soll (z.B. `ax = [0 25]`).

- b) In der Datei `ueb3_3b.wav` ist ein Sprachsignal mit den zusammenhängend gesprochenen Vokalen [a-e-i-o-u] gespeichert. Es kann mit `[sig,fs] = audioread('ueb3_3b.wav')` geladen werden und ist dann als Vektor `sig` verfügbar. `fs` ist die Abtastfrequenz des Signals.

Wie Sie wissen, beeinflusst die Länge des Analysefensters die Auflösung des Spektrums. Die Fouriertransformierte (und damit auch das Spektrogramm) wird deshalb je nach Frequenzauflösung primär

- entweder die Grobstruktur mit den Formanten (Resonanzen des Vokaltraktes)
- oder die Feinstruktur mit den Harmonischen (Grundwelle und Oberwellen) des Signals zeigen.

Versuchen Sie die Parameter beim Berechnen des Spektrogramms so einzustellen, dass entweder ein Breitband- oder ein Schmalbandspektrogramm entsteht, aus dem entweder die Formanten oder die Harmonischen optimal ersichtlich werden. Messen Sie im Schmalbandspektrogramm den Abstand der Spektrallinien und bestimmen Sie so die Grundfrequenz des Signals.

Hinweis: Stellen Sie mit `ax` die Farbgebung so ein, dass im Spektrogramm alle Farben vorkommen und die Struktur am besten sichtbar wird!